

Virtuálne možnosti štúdia špeciálnych mnohostenov

Virtual Possibilities of Study of the Special Polyhedra



Oliver Židek

Abstract

The article contains a description of our experience with didactical use of Poly 1.11 software in geometry instruction. Special polyhedra are presented through virtual manipulation. The method is very visual and suitable for studying relatively complicated solids. Computer-generated representations can motivate further exploration of the properties of these special polyhedra.

Keywords

Didactical software, polyhedra, manipulation

1 Úvod

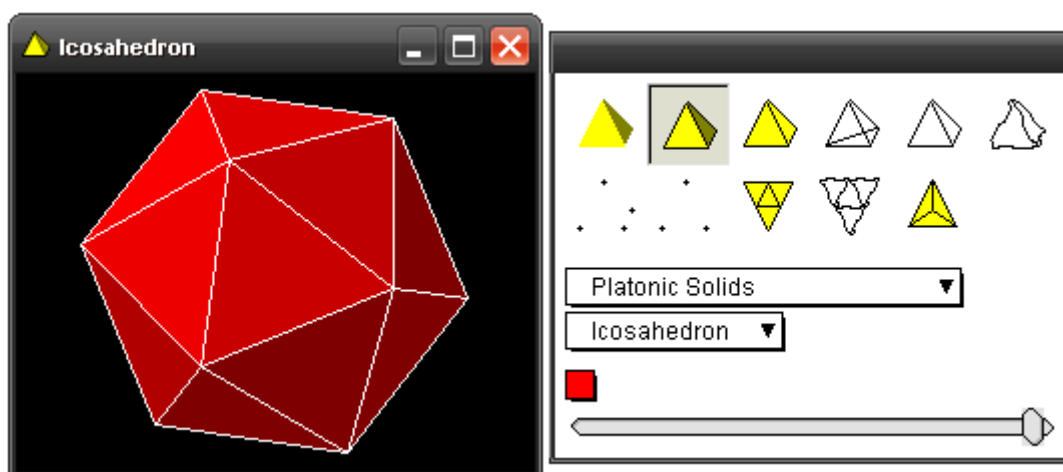
Počiatky získavania matematických predstáv o priestorových geometrických objektoch (telesách) získava dieťa už v útlom veku a to, okrem zrakových vnemov, taktiež hmatom. S postupným vplyvom školy, najmä tradičnej, sa od manipulačných aktivít v bežnej pedagogickej praxi, ustupuje a žiak je konfrontovaný s technológiou tradičnej školy, ktorá je založená spravidla na výkladovej aktivite učiteľa. V častých prípadoch sa takto vyučuje aj geometria, ktorej funkcia v školskej matematike by nemala spočívať iba v osvojení si vybraného množstva geometrických poznatkov, ale významnou zložkou geometrickej výučby je rozvoj schopnosti nazývanej priestorová predstavivosť. Rovnako, ako je chybou realizácia výučby geometrie bez modelovania, chybou je taktiež absencia virtuálneho a dynamického vnímania priestorových geometrických foriem. S nástupom počítačovej techniky vybavenej vhodným didaktickým softvérom môžeme uvedenú chybu bežnej praxe čiastočne odstrániť. Didaktické i technické možnosti využívania manipulačných aktivít sú obmedzené, avšak cieľ výučby geometrie má vyššie ambície než prácu s modelmi telies. Prostredníctvom zobrazenia geometrických útvarov smeruje naša didaktická cesta k posilneniu abstraktných predstáv o geometrických objektoch. Na tejto vzdelávacej ceste môžeme s úspechom využiť virtuálnu poznávaciu aktivitu, využívajúc pritom vhodný didaktický softvér, ktorého „interpretačné možnosti môžu zdokonaľiť proces učenia a prispieť k rozvoju myšlienkových a tvorivých aktivít žiakov“ (Žilková, 2005).

2 Virtuálne možnosti štúdia mnohostenov

V nasledujúcej časti uvedieme príklad *virtuálneho* pozorovania a *štúdia* niektorých vlastností špeciálnych typov mnohostenov tak, ako bol tento postup viacnásobne používaný v matematickej a didaktickej príprave učiteľov matematiky vrátane učiteľov pre 1. stupeň základných škôl. V uvedenej súvislosti môžeme za vydarený produkt považovať softvér s označením Poly 1.05, 1.08, 1.10, 1.11 - postupne modifikovaný a dostupný aspoň v demoverzii na internete (www.peda.com). Čitateľ má možnosť získať informácie o prevádzkových podmienkach využívania programu ako aj o možnosti zakúpenia uvedeného softvéru. Program umožňuje užívateľovi získať prehľad o nasledujúcich typoch telies:

1. *Platónove telesá* (konvexné mnohosteny, všetky steny sú zhodné pravidelné n -uholníky, pri každom vrchole je zoskupený rovnaký počet stien; spolu 5 typov telies, ktorými sú: pravidelný štvorsten, šesťsten, osemsten, dvanásťsten a dvadsaťsten);
2. *Archimedove telesá* (konvexné mnohosteny, všetky steny sú pravidelné n -uholníky, pričom môžu byť aj rôzneho typu, zoskupenia mnohouholníkov pri všetkých vrcholoch sú zhodné; spolu 13 typov telies);
3. *Hranoly a antihranoly* (pravidelné hranoly – podstava je pravidelný n -uholník, bočné steny sú štvorce; antihranoly – podstava je pravidelný n -uholník, bočné steny sú zhodné, rovnostranné trojuholníky; z nekonečného počtu týchto telies spolu program poskytuje 10 typov, aj takto definovanú skupinu telies často zaraďujeme medzi polopravidelné mnohosteny vymedzené v bode 2);

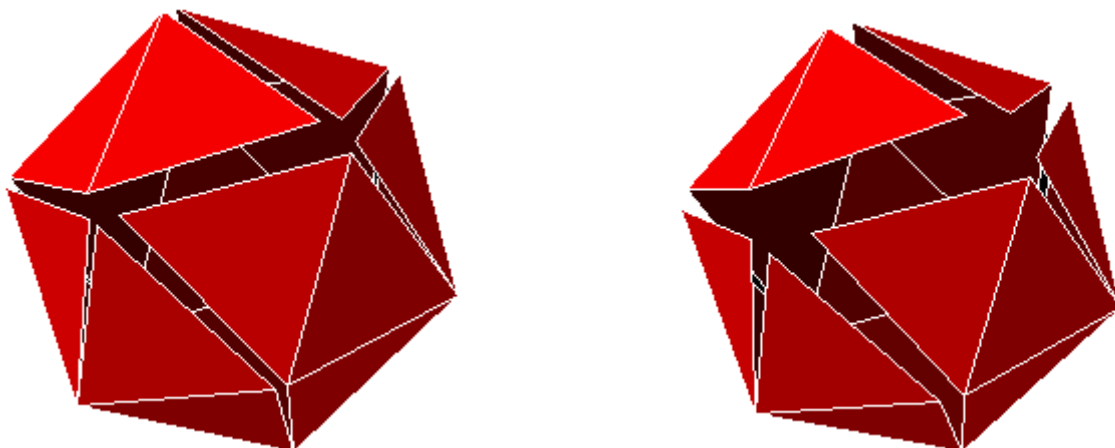
4. *Johnsonove telesá* (konečný počet konvexných mnohostenov so stenami tvaru pravidelných n -uholníkov; ďalšie podmienky sú zložitejšie, dajú sa pri ich zobrazení aspoň intuitívne postrehnúť - spolu 92 typov telies);
5. *Deltaédry* (konvexné mnohosteny, ktorých všetky steny sú zhodné rovnostranné trojuholníky; spolu 8 typov, pomerne neskoro vymedzená konečná množina telies -1947);
6. *Katalánske telesá* (duálne telesá k Archimedovským telesám; konštrukcia je založená na princípe: stred steny pôvodného telesa je vrchol nového telesa; spolu 13 typov telies);
7. *Dipyramídy a deltoédry* (dipyramídy sú duálne telesá k hranolom, deltoédry sú duálne telesá k antihranolom; ukážka obsahuje 10 typov telies);
8. *Geodetické guľovité kupoly* (obohatenie o tento typ telies sa vyskytuje až v produkte Poly 1.11).



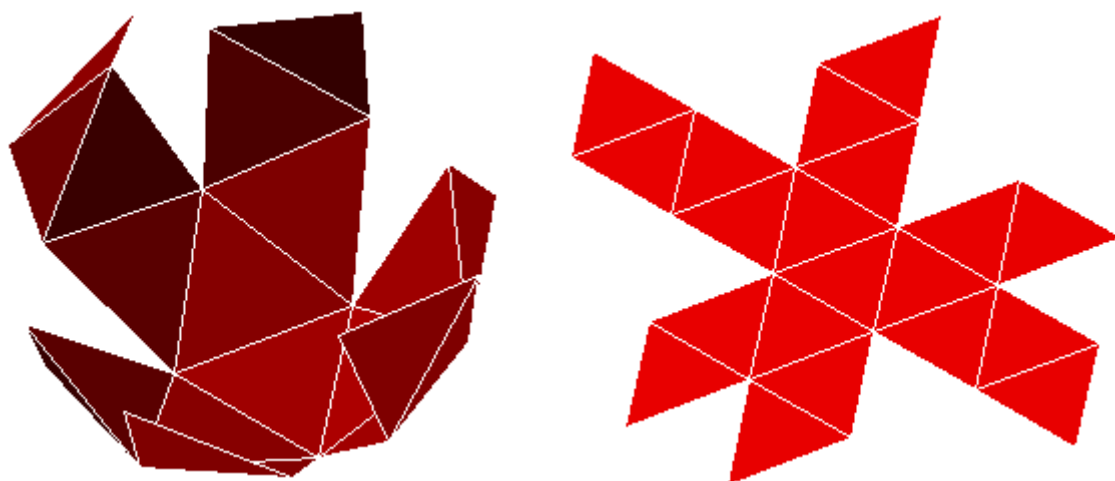
Obr. 1 Nástroje pedagogického softvéru s názvom Poly Pro, zobrazený dvadsaťsten s vyznačením hrán a farebným zvýraznením stien s aplikáciou tieňovania

Z uvedených typov telies si môže užívateľ programu zvoliť:

- a) Zobrazenie telesa s vyznačením hrán bielej farby na čiernom pozadí (obr. 1).
- b) Zobrazenie telesa v jednofarebnom prevedení jeho stien.
- c) Zobrazenie telesa vo farebnom prevedení za použitia tieňovania niektorých stien s cieľom získať názornejší obraz.
- d) Zobrazenie telesa vo farebnom prevedení so zvýraznením jeho hrán úsečkami bielej farby.
- e) Zobrazenie iba vrcholov telesa (všetkých).
- f) Zobrazenie vrcholov telesa viditeľných v príslušnej projekcii.
- g) Schlegelov diagram zostrojený z príslušného telesa.
- h) Sieť jednotlivých telies v statickej podobe.
- i) Sieť jednotlivých telies v dynamickej podobe, t.j. plynulé rozvinutie stien telesa do roviny (obr. 2a, 2b, 3a, 3b).
- j) Plynulú animáciu zobrazeného mnohostena do ľubovoľnej polohy k priemetni.
- k) Zvoliť jednu alebo niekoľko farieb z bohatej ponuky.
- l) Vytlačiť pomocou tlačiarne zobrazené teleso v požadovanej polohe vrátane siete a názvu (často veľmi komplikovaného).



Obr. 2 a) b) Vizualizácia procesu rozvíjania stien priestorového telesa do roviny s cieľom získania siete telesa



Obr. 3 a) b) Sledovanie prechodu z priestoru do roviny a naopak

Z didaktického hľadiska treba kladne hodnotiť program v tej súvislosti, že poskytuje užívateľovi pohodlne sledovať pohľady na zvolené telesá vo veľmi názornom spracovaní. Telesá sa môžu skúmať z hľadiska konvexity a taktiež z hľadiska počtu vrcholov, stien a hrán. Z hľadiska obsahovej didaktiky je program zaujímavý z pohľadu klasifikácie a triedenia telies. Napokon treba zdôrazniť, že vnímanie pohľadov na telesá prostredníctvom monitoru je, na rozdiel od vnímania konkrétnych modelov telies, ďalším stupňom rozvoja abstrakcie.

Po nasýtení sa „prehliadky“ jednotlivých skupín telies na monitore, môže učiteľ pripraviť rad úloh, v ktorých študent (žiak) „dokresľuje“ do počítačom zadaných úloh ďalšie čiastkové úlohy. Výhody takéhoto zadania sú:

- rýchlo sa dá dopracovať k zadaniu úloh;
- *animácia* zobrazených telies umožňuje flexibilitu v individuálnom zadaní úloh pre jednotlivých žiakov;
- finálne produkty sú spravidla veľmi *estetické*, čo riešiteľa uspokojuje a povzbudzuje;
- riešenie vyžaduje *minimálnu znalosť teórie* z voľného rovnobežného premietania (využívajú sa invarianty: incidencia, rovnobežnosť a podielový pomer);

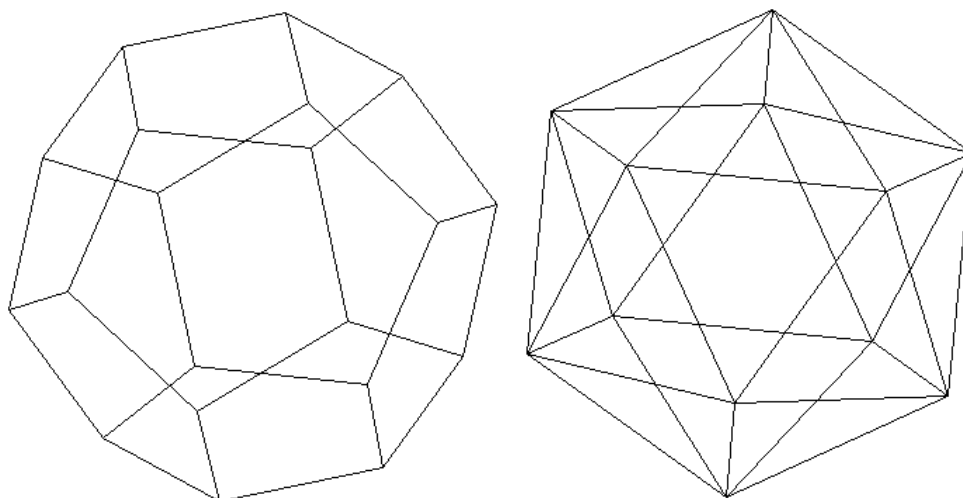
- dá sa pohodlne zoznámiť so *špeciálnymi skupinami telies*, ktoré sa v tradičnej škole nevyskytovali pre obtiažnosť ich zobrazení.

Učiteľ má možnosť pripraviť vhodné zadania, ktoré je možné vytlačiť na papier a študent (žiak) môže rysovať do predtlaču požadované riešenie. Gradácia náročnosti úloh, prípadne diferencovaná náročnosť sa získa ľahko.

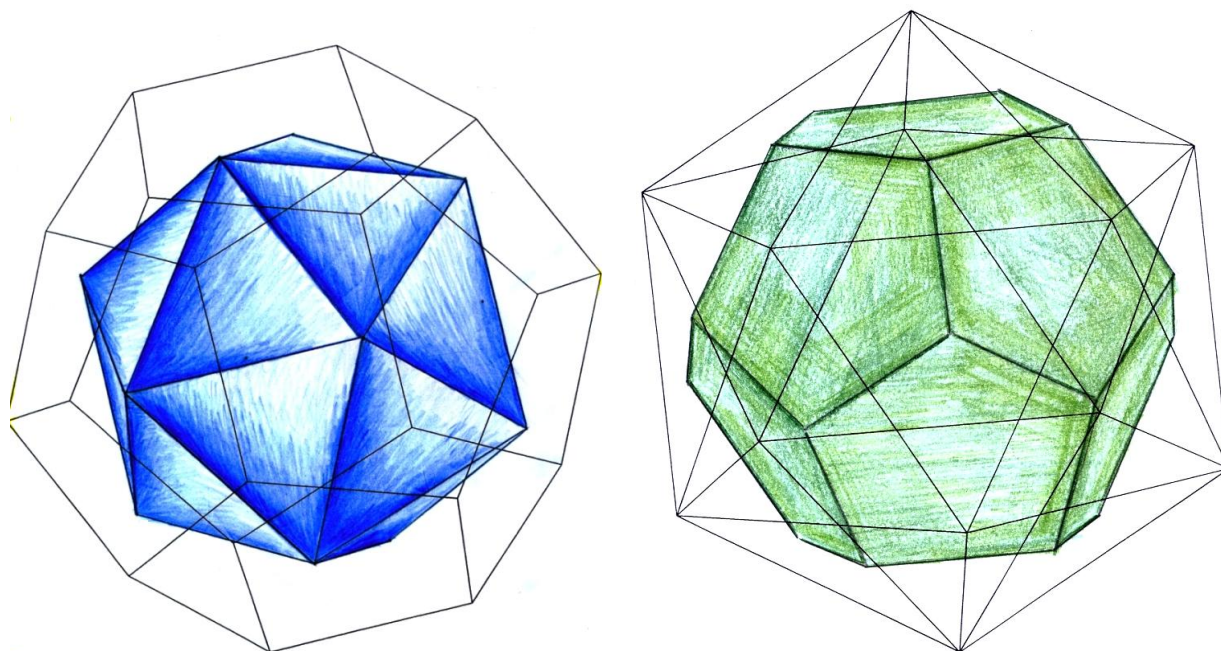
3 Niektoré námety úloh

Na základe dlhoročných skúseností sa vyprofilovala overená zbierka úloh a zamestnaní. Okrem odstupňovanej náročnosti zadaní je (vďaka zobrazovacím možnostiam uvedeného softvéru) charakteristická rôznorodosťou úloh. Pre ilustráciu vyberáme niektoré z nich.

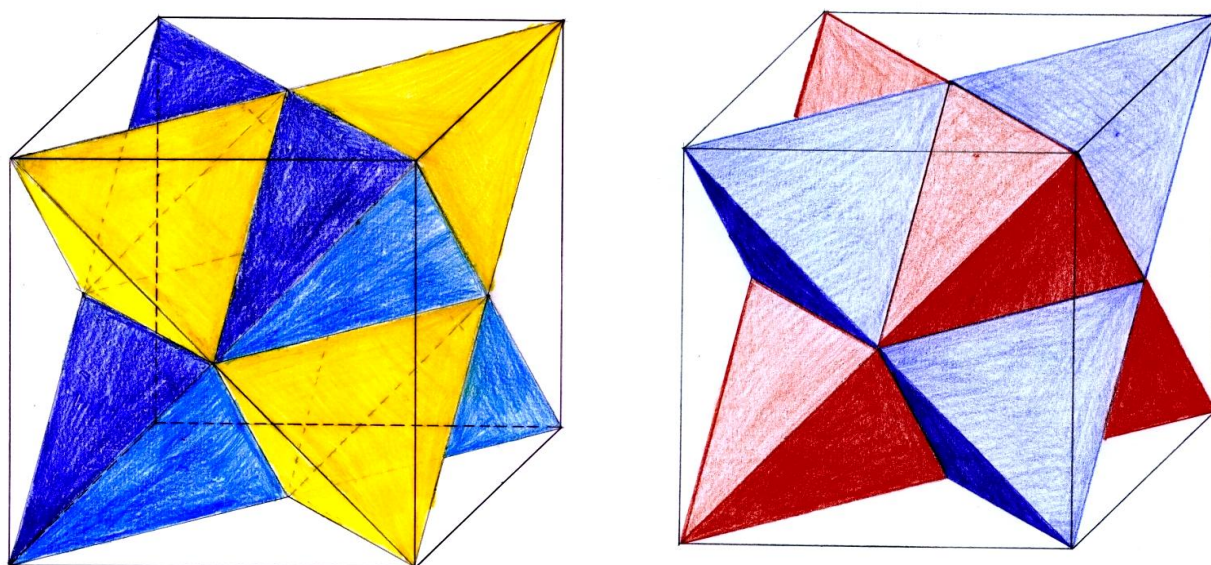
- 1) Rozhodni o viditeľnosti hrán jednotlivých telies (to program neurobí). Zvolenú viditeľnosť je možné zvýrazniť vyfarbením stien (obr. 4a, 4b).
- 2) Z predtlaču vrcholov telesa zostroj zobrazenie jeho hrán (stien) vrátane zvolenej viditeľnosti.
- 3) V predtlaču zobrazenia „viditeľných“ hrán telesa narysuj (čiarkovane) „neviditeľné“ hrany (steny).
- 4) V predtlaču neúplného znázornenia vrcholov (hrán) narysuj ďalšie s využitím poznatkov o rovnobežnom premietaní.
- 5) Rysuj do predtlaču znázorneného telesa ďalšie objekty.
 - a) Prezentať sa dá objavným spôsobom princíp duality medzi telesami (kocka – osemsten, dvanásťsten – dvadsaťsten, atď.). K riešeniu postačí schopnosť nájsť stred steny telesa a tento považovať za vrchol nového telesa. Zatiaľ čo cvičenie na kocke je z konštrukčného hľadiska jednoduché, cvičenie na ďalších telesách by bolo bez ponúkanej technológie veľmi náročné (obr. 5a, 5b).
 - b) Využiť sa dá princíp „obsekávania“ vrcholov na pravidelných mnohostenoch (Platónových telesách) čím sa dá, v modifikovanej podobe, získať aspoň časť poznatkov o polopravidelných mnohostenoch (Archimedovské telesá).
 - c) Pomerne ľahko sa dajú zobraziť niektoré hviezdicovité telesá (stella octangula) i ďalšie (obr. 6a, 6b).



Obr. 4 a) b) Predtlač k úlohe: Rozhodni o viditeľnosti stien v danej projekcii



Obr. 5 a) b) Dualita medzi pravidelným dvanásťstenom a dvadsaťstenom



Obr. 6 a) b) Stella Otangula vpísaná do kocky

4 Záver

Opis možností využitia didaktického softvéru Poly 1.11 nie je samoúčelný, ale cieľom bolo poskytnúť čitateľovi možnosti využitia, na ktoré tvorcovia tohto vydareného produktu možno ani nemysleli. Naznačené návody predstavujú skromný pokus využitia zobrazenia telies pomocou počítačovej grafiky a paralelne sa prezentujú náčrty možností siahnuť po alternatívnom a širšom využití zobrazení niektorých skupín špeciálnych mnohostenov. Z vlastnej pedagogickej i výskumnej praxe je známe, že uvedené študentské zamestnania ich ľahko diferencujú podľa

prirodzenej schopnosti „vidieť v priestore“ a zároveň poskytujú priestor pre rozvoj tejto schopnosti, rešpektujúc individuálnu mieru náročnosti pre každého jedinca.

Okrem zásadného vplyvu uvedených technológií na rozvoj priestorovej predstavivosti žiakov, v niektorých cvičeniach sa pestuje schopnosť manipulačných zručností zhotovovania modelov niektorých vybraných telies a cvičí sa vyhotovovanie názorných obrázkov klasickými rysovacími pomôckami. Zo skúsenosti možno konštatovať, že uvedené aktivity sú pre žiakov nové, tvorivé a zaujímavé, avšak bez použitia zobrazení telies pomocou uvedeného produktu by opisované zamestnania boli možné iba v obmedzenej miere.

Literatúra

- [1] ŽIDEK, O (2002): *Manipulačné a virtuálne štúdium niektorých vlastností špeciálnych mnohostenov*. In: Vyučování matematice z pohledu kompetencí žáka a učitele 1. stupně základního vzdělávání. Plzeň: Západočeská univerzita, 2007. s. 204-209. ISBN 978-80-7043-548-9.
- [2] ŽIDEK, O. (2004): *Kombinované používanie elektronických a manuálnych pomôcok pri výučbe geometrie*. In: Zborník História, súčasnosť a perspektívy učiteľského vzdelávania. Banská Bystrica: UMB, 2004, str. 180-182. ISBN 80-8083-107-6.
- [3] ŽIDEK, O. (2004): *Stella octangula*. In: Zborník Prírodovedec č.137, Humanizácia vo vyučovaní matematiky. Nitra: FPV UKF, 2004, str. 13-16. ISBN 80-8050-710-4.
- [4] ŽIDEK, O.: Konvexné polopravidelné mnohosteny. In: *Facultatis Paedagogicae Universitatis Tyrnaviensis*. Trnava: str. 175-183, 1998.
- [5] ŽIDEK, O.: O pravidelných mnohostenoch na ZŠ. In: *Matematika a fyzika ve škole*. roč. 11, č. 2 a pokr. v č. 3, 1980
- [6] ŽILKOVÁ, K. (2005). Školská matematika v prostredí IKT. Bratislava: Univerzita Komenského, 2009. s. 90-91. ISBN 978-80-223-2555-4
- [7] www.peda.com

Kontaktná adresa

Doc. PhDr. Oliver Židek, CSc.
Katedra matematiky a informatiky
Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita
Priemyselná 4
918 43 Trnava
E-mail: oliver.zidek@gmail.com